計算科学ユニット第11回研究交流会 @京大

コンクリートの損傷・ひび割れ進展解析に関する基礎的研究

15:50～16:30

車谷 麻緒
（茨城大学）

2014/ 10/ 28 Tue.

はじめに（コンクリートのひび割れ）

鉄筋腐食

ASR

■コンクリートに発生する**ひび割れ**は，部材の力学性能に影響を与える．

■**目視できない**ひび割れであっても，水分やイオンの移動経路となり，部材の耐久性を低下させる．

コンクリートのひび割れを定量的に解析可能な手法が必要である．

コンクリート内部のひび割れを解析するには

■**3次元解析**に適した方法であること．
（ひび割れの3次元解析は難しい）

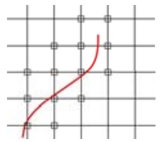
■**多数のひび割れの発生・進展・連結**などの解析に適すること．

■**ひずみ**ベースで構成モデルを構築する．
（ポアソン効果により，圧縮場でも引張破壊する）

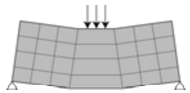
■**引張強度と圧縮強度が大きく異なる**ことを表現できること．
（コンクリートの圧縮強度は引張強度の**約10倍**）

FEMによる不連続体解析の分類

◆不連続な変位場を**FEM**に導入する方法



■埋め込み型有限要素モデル（非適合モード）
■X-FEM, FCM, PUFEM
（複雑な問題，3次元問題への適用は容易ではない）



◆**FEM**の構成式において破壊を表現する方法

■スメアードクラックモデル（ひび割れ帯，回転ひび割れ）
■損傷モデル（等方性，異方性）

× 材料パラメータではない複数のパラメータが必要になる．
× 要素形状や要素サイズに依存した解析結果となる．

積分平均モデルや**勾配モデル**などの非局所モデルが用いられる．

積分半径や**勾配パラメータ**が必要となるが，
これらのパラメータの物理的意味が不明確であることが課題．

FEM＋損傷モデルによる解析手法の構築

目的

非局所モデルを用いずに，**コンクリートの破壊力学**を考慮して，
ひずみ軟化挙動を規定する**等方性の損傷モデル**を提案する．

損傷モデルを用いた**コンクリートのひび割れ進展解析手法**を構築する．

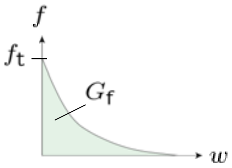
■コンクリートの破壊力学を損傷モデルに応用する**定式化**

■エネルギー収支とメッシュ依存性に関する**検証例題**

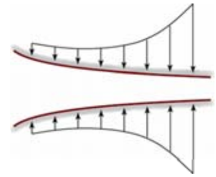
■混合モード破壊のベンチマーク問題への**適用例**

■鉄筋コンクリートの内部ひび割れモードの**再現例**

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon}$$



1次元問題における損傷モデルの定式化



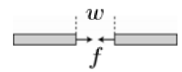
■**1次元の損傷モデルの基礎式**

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon \qquad 0 \leq D \leq 1：損傷変数$$

■**破壊エネルギー，結合力ー開口変位関係**

1次元問題における結合力ー開口変位関係を

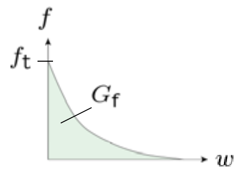
$f = Ae^{-Bw}$ と仮定する．



引張強度を f_t，破壊エネルギーを G_f とすると，

$$f_\mathrm{t} = Ae^{0} \quad \rightarrow \quad A = f_\mathrm{t}$$

$$G_\mathrm{f} = \int_0^\infty f\ dw \quad \rightarrow \quad B = \frac{A}{G_\mathrm{f}} = \frac{f_\mathrm{t}}{G_\mathrm{f}}$$



以上より，1次元問題における**結合力-開口変位関係**は，

$$f = f_\mathrm{t} \exp\left(-\frac{f_\mathrm{t}}{G_\mathrm{f}} w\right)$$

1次元問題における損傷モデルの定式化

■**損傷モデルへの応用**

損傷開始ひずみを ε_0 とすると， $f_\mathrm{t} = E\varepsilon_0$

要素長さを h_e とすると，$w = \varepsilon h_e - \varepsilon_0 h_e = (\varepsilon - \varepsilon_0)\, h_e$

1次元問題では，$f = \sigma$ であるので，**結合力-開口変位関係**は，

$$f = f_\mathrm{t} \exp\left(-\frac{f_\mathrm{t}}{G_\mathrm{f}} w\right) \quad \rightarrow \quad \sigma = E\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{E\varepsilon_0 h_e}{G_\mathrm{f}}(\varepsilon - \varepsilon_0)\right)$$

損傷モデルの基礎式 $\sigma = (1 - D)E\varepsilon$ と同形式になるよう書き換える．

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \exp\left(-\frac{E\varepsilon_0 h_e}{G_\mathrm{f}}(\varepsilon - \varepsilon_0)\right) E\varepsilon$$

$$= \left[1 - \underline{\left\{1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \exp\left(-\frac{E\varepsilon_0 h_e}{G_\mathrm{f}}(\varepsilon - \varepsilon_0)\right)\right\}}\right] E\varepsilon$$

$$= [1 - D(\varepsilon)]\, E\varepsilon$$

1次元問題における損傷モデルの定式化

■**損傷モデルへの応用**

損傷変数 $D(\varepsilon)$ における ε を
変形履歴における最大ひずみ $\epsilon \geq 0$ で表すことにより，

$$D(\epsilon) = 1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \exp\left(-\frac{E\epsilon_0 h_e}{G_\mathrm{f}}(\epsilon - \epsilon_0)\right)$$

■**1次元問題における損傷モデル**

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon \qquad 0 \leq D \leq 1$$

●損傷の判定

$$\begin{cases} \text{if} \quad \epsilon < \epsilon_0 & \rightarrow \quad D = 0 \quad \text{(undamage)} \\ \text{if} \quad \epsilon \geq \epsilon_0 & \rightarrow \quad D = D(\epsilon) \end{cases}$$

●載荷／除荷

$$\begin{cases} \text{if} \quad \epsilon \leq \varepsilon & \rightarrow \quad \epsilon = \varepsilon \quad \text{(loading)} \\ \text{if} \quad \epsilon > \varepsilon & \rightarrow \quad \epsilon = \epsilon \quad \text{(unloading)} \end{cases}$$

多次元問題への損傷モデルの拡張

■**修正von-Misesモデルによる等価ひずみ**

一般に，等方性の損傷モデルは，スカラー値である**等価ひずみ**を用いて損傷の進展を規定する．
本研究では，**de Vree et al.**によって提案された**修正von-Misesモデル**による**等価ひずみ** $\varepsilon_{\mathrm{eq}}$ を適用する．

$$\varepsilon_{\mathrm{eq}} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} + \frac{1}{2k}\sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu}I_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2}J_2}$$

ν：ポアソン比，　k：引張圧縮強度比，
I_1：ひずみテンソルの第一不変量，　J_2：偏差ひずみテンソルの第二不変量

■**等価ひずみを用いた多次元問題における等方性の損傷モデル**

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-D)\boldsymbol{c}:\boldsymbol{\varepsilon} \qquad 0 \le D \le 1$$

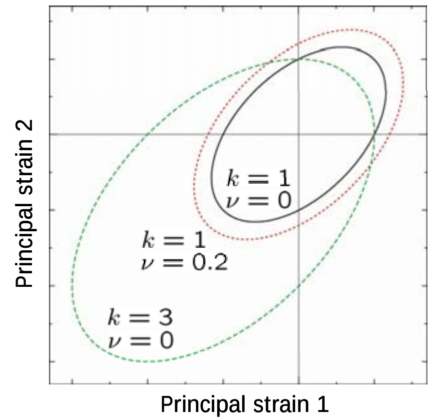
変形履歴における**等価ひずみ**の最大値を $\kappa \ge 0$ で表すことにより，損傷変数 $D(\kappa)$ は，

$$D(\kappa) = 1 - \frac{\kappa_0}{\kappa}\exp\left(-\frac{E\kappa_0 h_e}{G_{\mathrm{f}}}(\kappa-\kappa_0)\right)$$

修正von-Misesモデルによる破壊基準

$$\varepsilon_{\mathrm{eq}} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} + \frac{1}{2k}\sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu}I_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2}J_2}$$

ν：ポアソン比，　k：引張圧縮強度比，
I_1：ひずみテンソルの第一不変量，　J_2：偏差ひずみテンソルの第二不変量



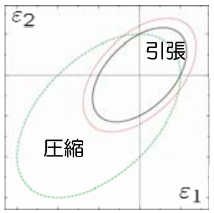
圧縮強度比の影響により，**引張に弱く，圧縮に強い**といった，**準脆性材料の力学的特徴**を表現することができる．

損傷モデルによるひび割れ進展解析

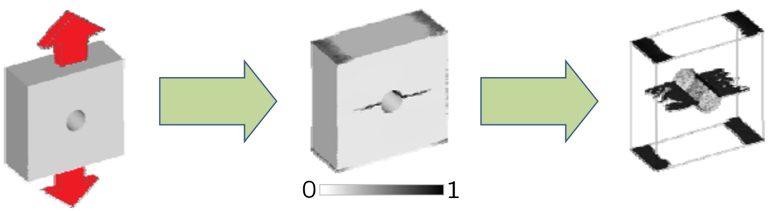
コンクリートの破壊力学を考慮した**等方性の損傷モデル**：

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-D)\boldsymbol{c}:\boldsymbol{\varepsilon} \qquad 0 \le D \le 1$$

$$D(\kappa) = 1 - \frac{\kappa_0}{\kappa}\exp\left(-\frac{E\kappa_0 h_e}{G_{\mathrm{f}}}(\kappa-\kappa_0)\right)$$

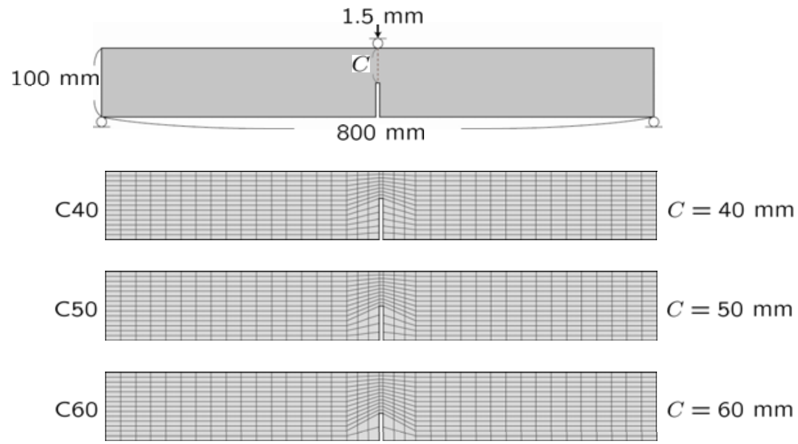


破壊エネルギーがパラメータとして考慮されているので，
非局所モデルを用いなくても，**メッシュサイズに依存しにくい**結果となる．



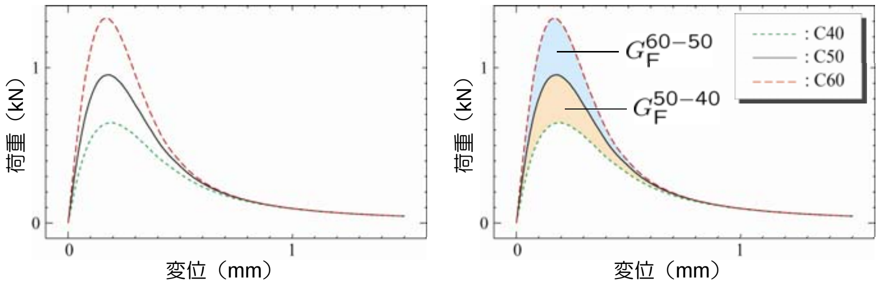
細かいメッシュでモデル化　　**損傷変数**のみを可視化　　非損傷要素を**透明**に

Verification（破壊エネルギー） -1



E	ν	k	κ_0	G_{f}
30 GPa	0.0	10	0.0001	0.10 N/mm

Verification（破壊エネルギー） -2

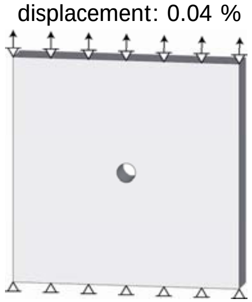


$$G_F^{50-40} = \frac{4.5750 \times 10^2 - 3.5802 \times 10^2}{(50-40) \times 100} = 0.09948 \cdots \approx 0.1 \quad \mathrm{N/mm}$$

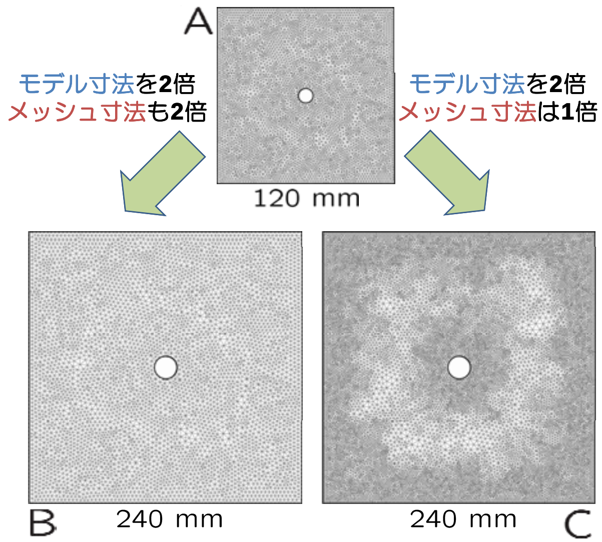
$$G_F^{60-50} = \frac{5.5798 \times 10^2 - 4.5750 \times 10^2}{(60-50) \times 100} = 0.10048 \cdots \approx 0.1 \quad \mathrm{N/mm}$$

逆解析的に求めた破壊エネルギーは，材料パラメータである破壊エネルギーを再現している．提案モデルによるひび割れ進展解析は，破壊エネルギーによるエネルギー収支に基づく解析法であることが確認できる．

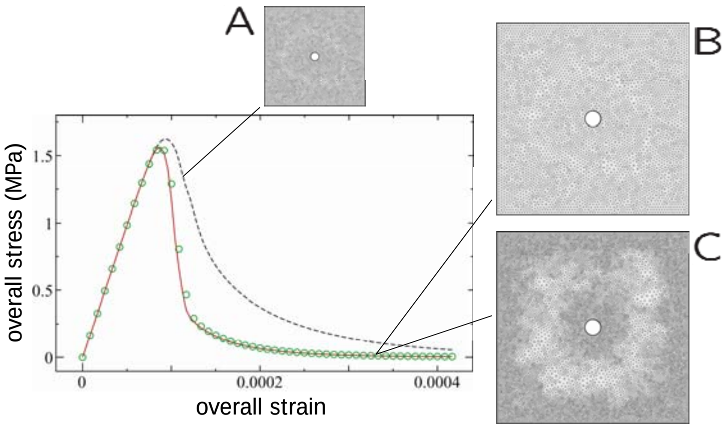
Verification（メッシュサイズ） -1



$$E = 20 \text{ GPa}$$
$$\nu = 0.1$$
$$k = 10$$
$$\kappa_0 = 0.0001$$
$$G_f = 0.04 \text{ N/mm}$$



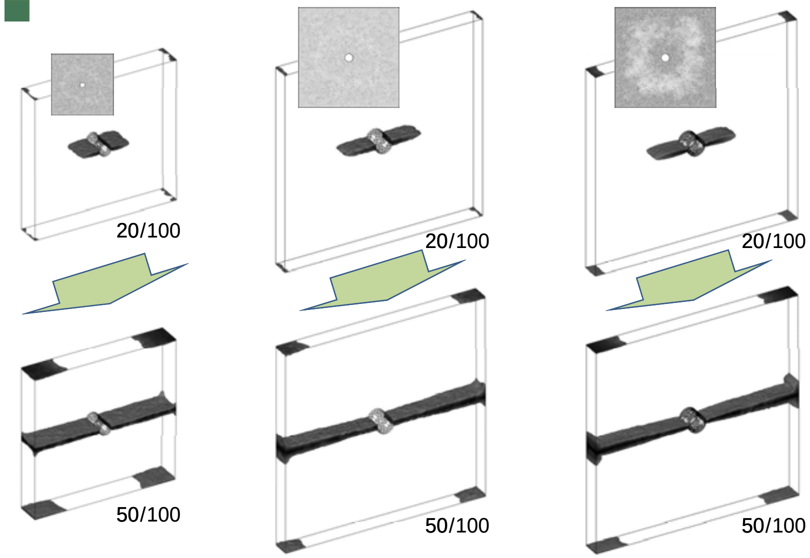
Verification（メッシュサイズ） -2



Bと**C**の結果を比較すると，
解析結果はメッシュ寸法に依存していないことが分かる．

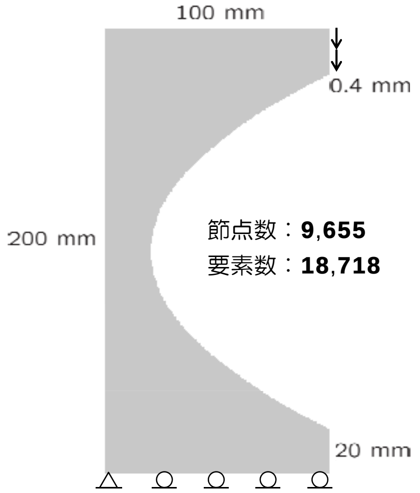
Aと**B**，**C**の結果を比較すると，
本研究の解析手法はモデル寸法に依存した結果を与えることが分かる．

Verification（メッシュサイズ） -3



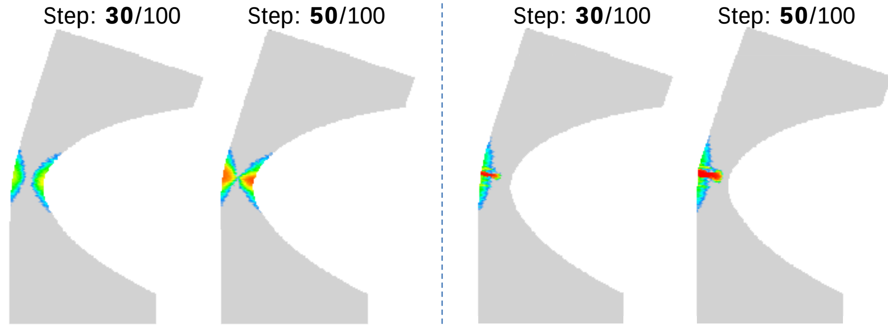
メッシュによる影響をほとんど受けずに損傷の進展を再現している．

Verification（引張圧縮強度比） -1



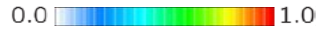
$E = 20$ GPa
$\nu = 0.2$
$k = 1,\ 10$
$\kappa_0 = 0.0001$
$G_\mathrm{f} = 0.1$ N/mm

Verification（引張圧縮強度比） -2



$k = 1$
（圧縮強度と引張強度が同じ）

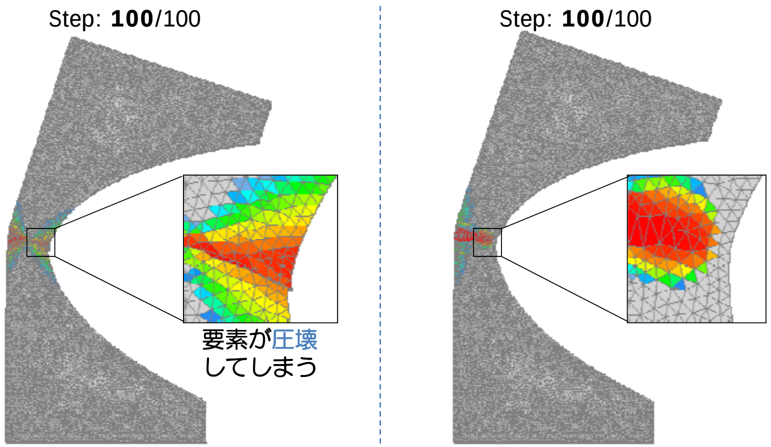
$k = 10$
（圧縮強度が引張強度の**10**倍）



損傷変数の値

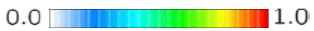
引張圧縮強度比によって，引張に弱く圧縮に強い材料特性を表現可能.

Verification（引張圧縮強度比） -3



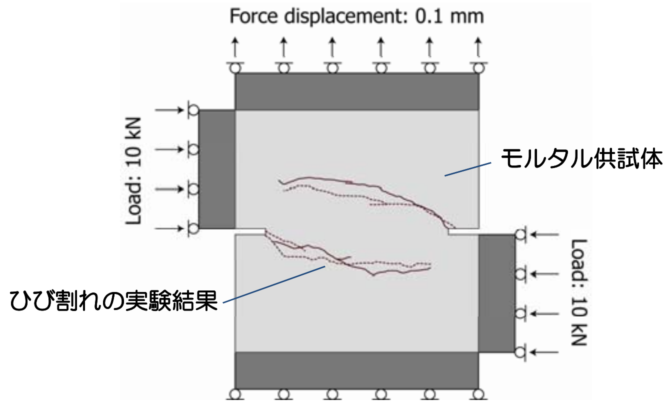
$k = 1$
（圧縮強度と引張強度が同じ）

$k = 10$
（圧縮強度が引張強度の**10**倍）



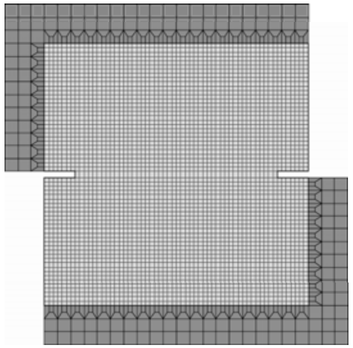
損傷変数の値

Validation（引張＋せん断のひび割れ） -1



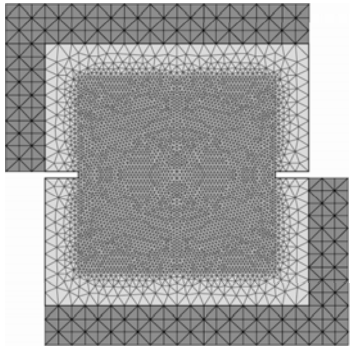
E	ν	k	κ_0	G_f
30 GPa	0.2	10	0.0001	0.11 N/mm

Validation（引張＋せん断のひび割れ） -2



四角形メッシュ

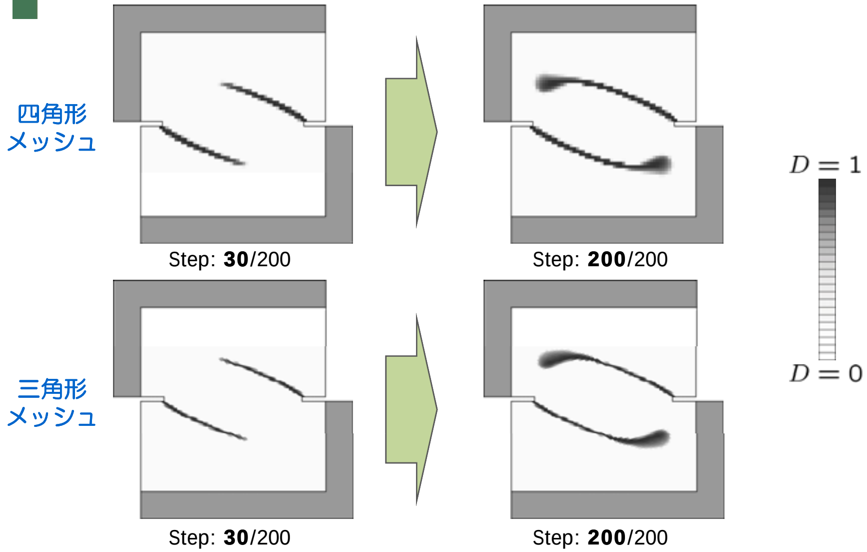
4112 nodes
4024 elements



三角形メッシュ

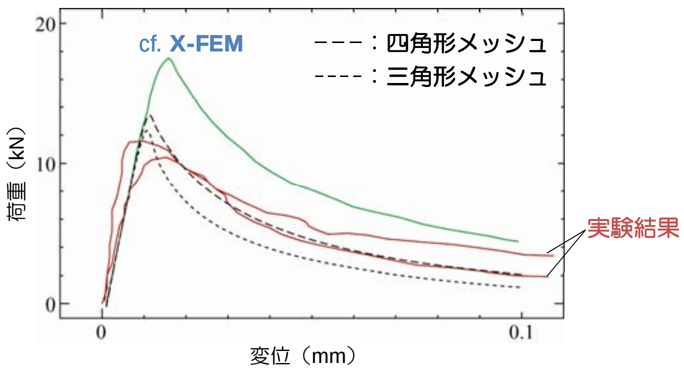
5119 nodes
10112 elements

Validation（引張＋せん断のひび割れ） -3



提案モデルによる解析結果は，**実験結果と同様の損傷分布**となっている．

Validation（引張＋せん断のひび割れ） -4



提案モデルによる解析結果は，**実験結果とほぼ同様の**
ピーク強度とピーク後の軟化挙動を示している．

損傷モデルによるひび割れ進展解析のまとめ

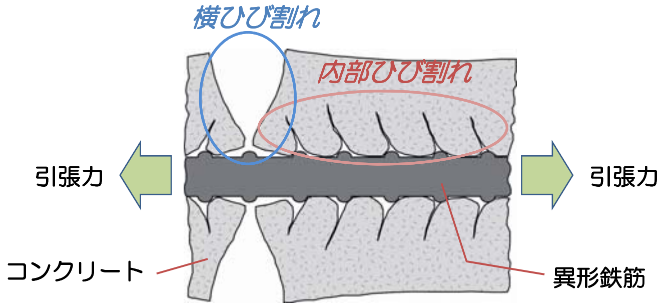
非局所モデルを用いずに，**コンクリートの破壊力学**に基づいて，
ひずみ軟化挙動を規定する**等方性の損傷モデル**を提案した．

提案モデルは，**破壊エネルギーを考慮したエネルギー収支に基づく**
解析手法であることを示した．

提案モデルは，**メッシュサイズに依存しない**解析手法であり，
準脆性材料の特徴である**モデル寸法に依存した応答**が得られることを示した．

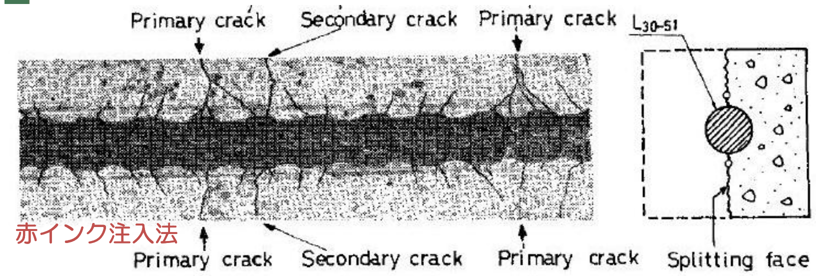
提案モデルは，**混合モード破壊**の実験結果と同様の，
損傷分布と応答結果が得られることを示した．

応用例：鉄筋コンクリートに生じるひび割れ



■はじめに，横ひび割れが生じ，部材表面にまで進展する．
■最寄の横ひび割れに向かって，内部ひび割れが生じる．
■通常は見えない内部ひび割れの評価が重要である．

コンクリートの内部ひび割れ「後藤クラック」

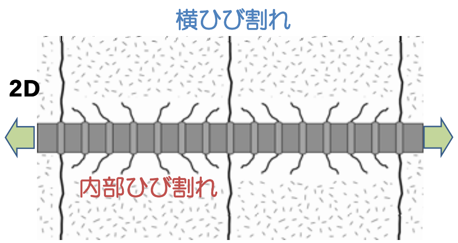


後藤幸正，大塚浩司：
「引張を受ける異形鉄筋周辺の
　コンクリートに発生するひび割れに関する実験的研究」
土木学会論文報告集**1980**.

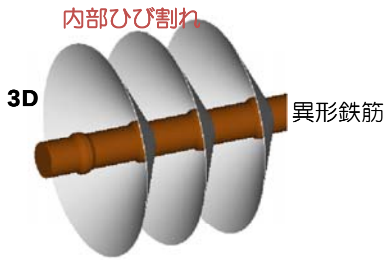
異形鉄筋の周囲に発生する内部ひび割れの可視化に初めて成功した．
その功績をたたえ「**Goto Crack**（**後藤クラック**）」と呼ばれている．

Goto Crackを**3**次元の数値シミュレーションで再現した例は見当たらない．

内部ひび割れ"後藤クラック"の再現解析



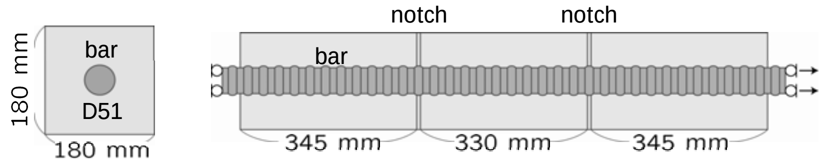
引張を受ける異形鉄筋の周辺に
生じるひび割れのモード



内部ひび割れの3次元形状は
コーン状となる．

最寄の横ひび割れに向かって，コーン状に進展する内部ひび割れを
3次元数値シミュレーションで再現する．

内部ひび割れ"後藤クラック"の再現例題　-1



Goto et al.が行った鉄筋コンクリート供試体の両引試験の概要

■供試体の中央に**異形鉄筋D51**を配置する．

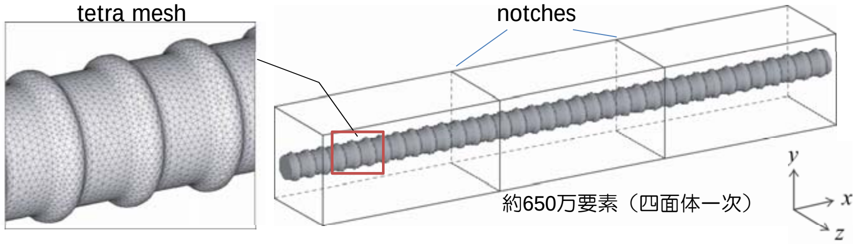
■**横ひび割れ**を最初に発生させるため，**切欠き**を入れておく．

■鉄筋に**引張力**を載荷する．

Goto et al.の**実験と同様の数値解析モデル**を作成する．

内部ひび割れ"後藤クラック"の再現例題　-2

四面体要素を用いて**詳細**な鉄筋コンクリートモデルを作成する.
実験と同様に，**切欠き**をモデルの2か所に配置する.
本研究で構築した**等方性損傷モデル**をコンクリートに適用する.
鉄筋は $E = 20$ GPa, $\nu = 0.3$ の線形弾性体とする.

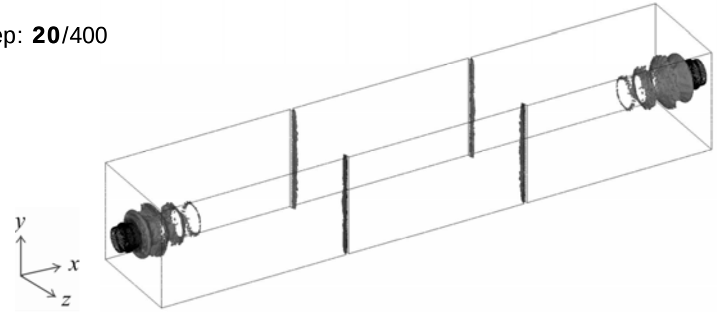


コンクリートの材料パラメータ

E	ν	k	κ_0	G_f
30 GPa	0.2	10	0.00007	0.10 N/mm

内部ひび割れ"後藤クラック"の再現例題　-3

Loading step: **20**/400

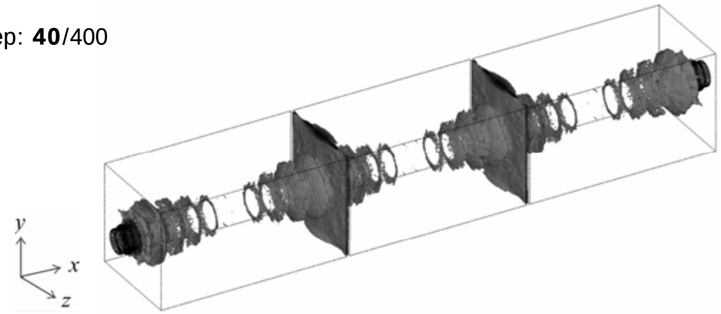


front view

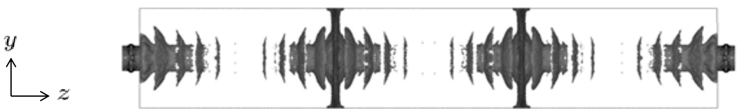
はじめに，**切欠き**から横ひび割れが発生する.

内部ひび割れ"後藤クラック"の再現例題　-4

Loading step: **40**/400



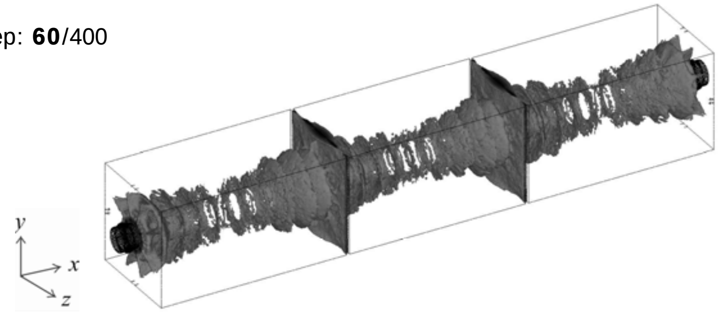
front view



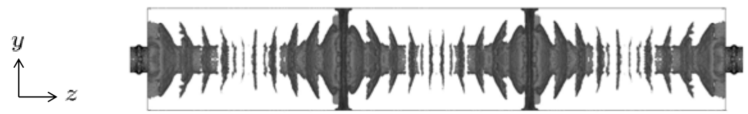
次に，鉄筋の表面から内部ひび割れが発生する.

内部ひび割れ"後藤クラック"の再現例題　-5

Loading step: **60**/400



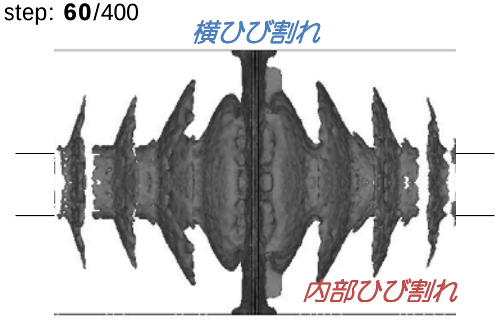
front view

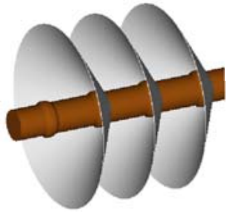


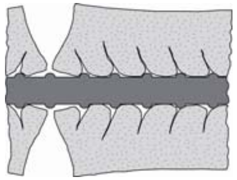
さらに，発生した内部ひび割れは，最寄の横ひび割れに向かって進展する.

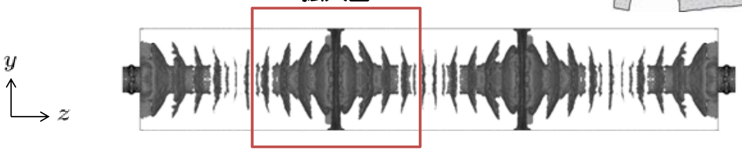
内部ひび割れ”後藤クラック”の再現例題　-6

Loading step: **60**/400









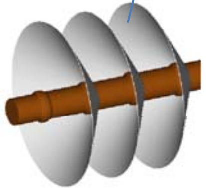
コーン状の内部ひび割れが横ひび割れに向かって進展していることが分かる.

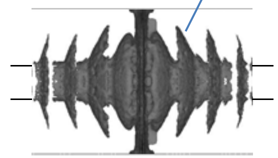
内部ひび割れ解析のまとめ

等方性損傷モデルによるひび割れ進展解析を
鉄筋コンクリートに生じる内部ひび割れの再現に応用した.

Goto et al.の実験を模擬し，以下のことを再現することができた.

- ■内部ひび割れは，最寄の横ひび割れに向かって進展する.
- ■内部ひび割れは，3次元的にはコーン状を形成する.

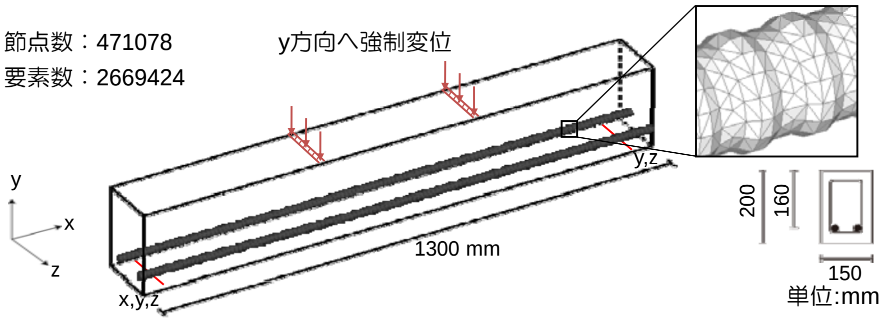




損傷モデルによる解析結果は，**実験結果とほぼ同様**となった.

RCはりのひび割れ進展解析

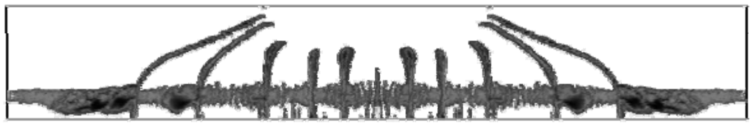
節点数：471078
要素数：2669424



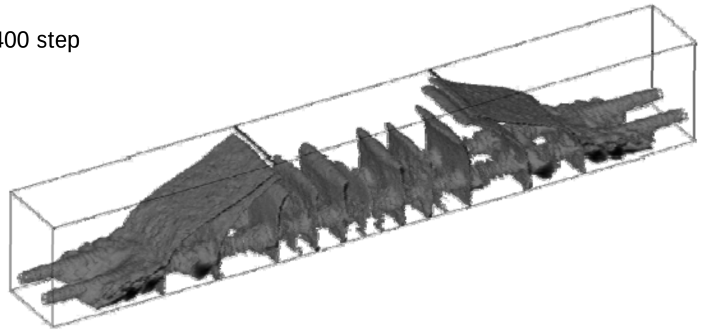
（スターラップなしの**RC**はりモデル）

異形鉄筋の形状をモデル化し，コンクリートの損傷・ひび割れ進展を解析する.

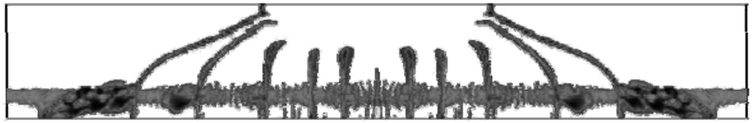
RCはりのひび割れ進展解析



200/400 step



RCはりのひび割れ進展解析

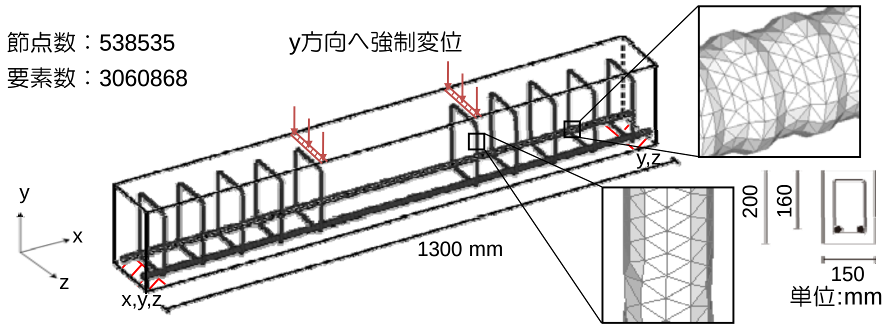


400/400 step

実験結果（ひび割れの分布）

数値解析のひび割れの本数や分布が，実験結果とほぼ同様であることが分かる．

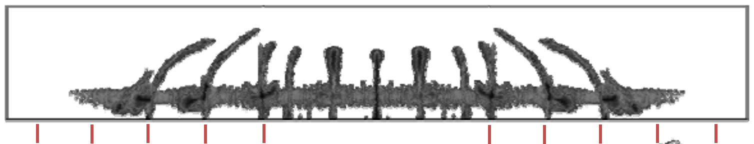
RCはりのひび割れ進展解析



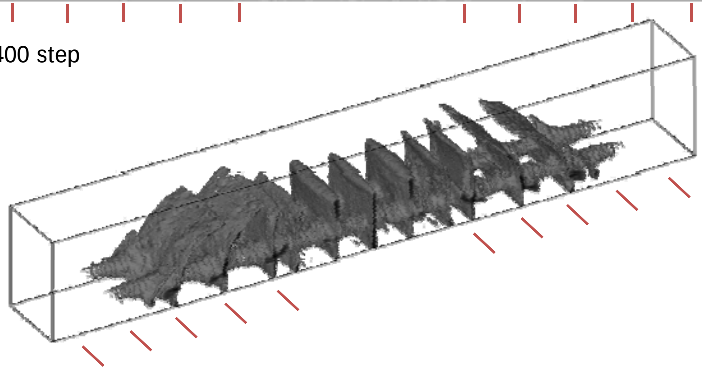
（スターラップありの**RC**はりモデル）

異形鉄筋の形状をモデル化し，コンクリートの損傷・ひび割れ進展を解析する．

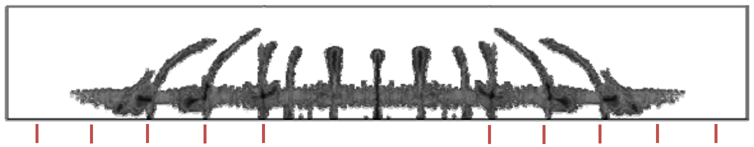
RCはりのひび割れ進展解析



180/400 step



RCはりのひび割れ進展解析



実験結果（ひび割れの分布）

数値解析のひび割れの本数や分布が，実験結果とほぼ同様であることが分かる．

コンクリートの微視構造の解析

岐阜大の永井先生の結果

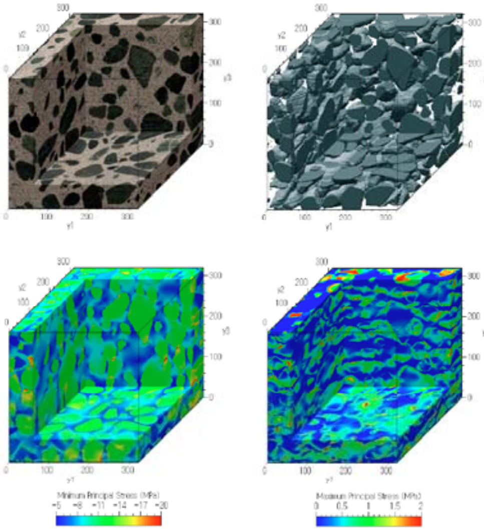
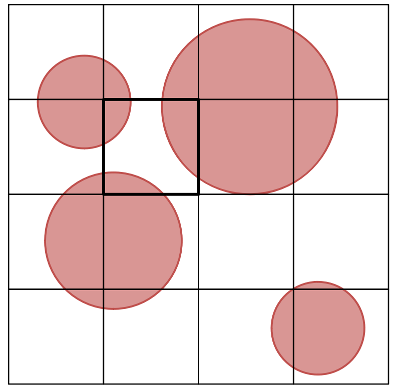


図 3.4 320³要素分割モデルの線形解析

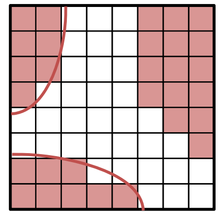
拡張ボクセル有限要素法の開発

eXtended Voxel Finite Element Method (X-VFEM)



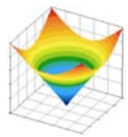
X-FEMのアイデアを応用する

拡張ボクセル有限要素



$$u(x) = \sum_{I=1}^{N_E} N_I(x)\left(d_I + \sum_{I \in M} F(x) b_I\right)$$

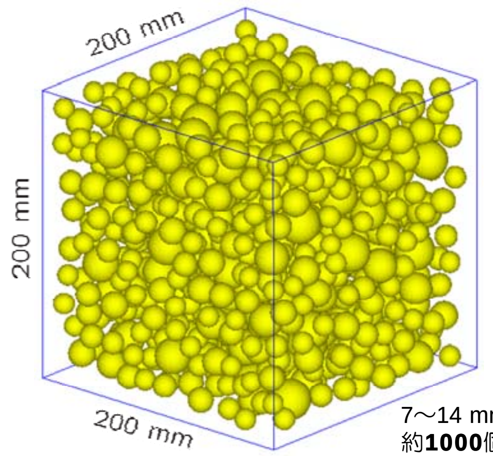
Level-set



要素内にいくつ界面があっても
パターン分類せずに
要素剛性を計算する方法を構築した.

拡張ボクセル有限要素法の開発

eXtended Voxel Finite Element Method (X-VFEM)

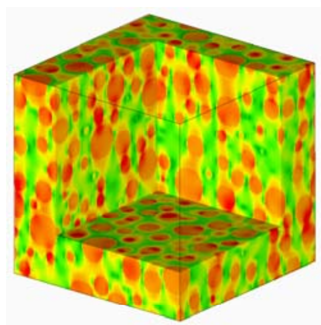


7～14 mmの球が
約**1000**個入っている.

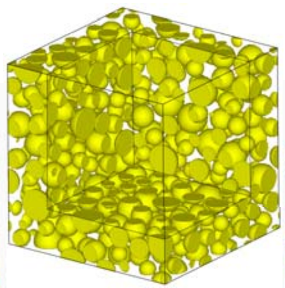
ランダムに球を配置した疑似コンクリートモデルを作成

拡張ボクセル有限要素法の開発

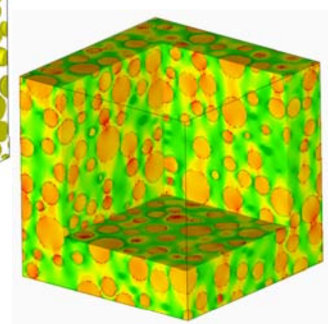
eXtended Voxel Finite Element Method (X-VFEM)



開発したX-VFEMの結果



200x200x200の
ボクセルメッシュ



従来法のVFEMの結果

X-VFEMの結果は材料界面に不自然な応力集中がなく，良好な結果が得られている.