

計算科学ユニット第11回研究交流会@京都大学

大規模粒子法解析の 津波防災への応用

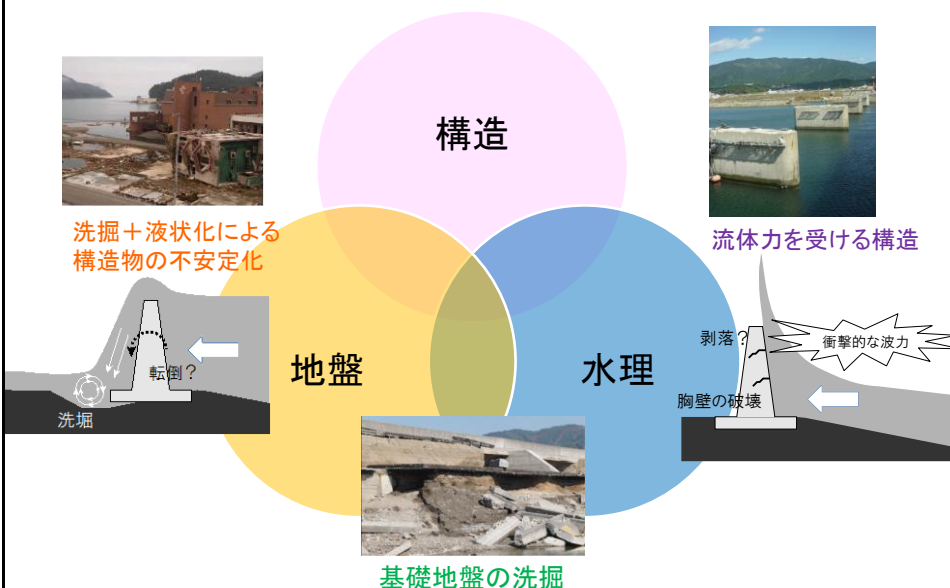
九州大学大学院工学研究院
社会基盤部門 浅井光輝

Structural Analysis Lab.



1

■ 津波被害におけるマルチフィジックス



Structural Analysis Lab., Kyushu University



■ マルチスケール津波解析の必要性

研究テーマ① シミュレーションベース・ソフト防災
～3D・CGによる津波防災教育～

レベル0解析

解像度:10m～100m

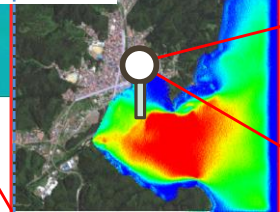


従来の津波解析
(津波伝搬解析)



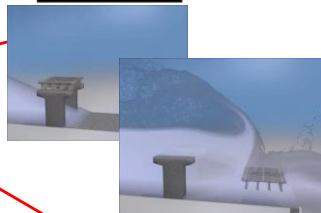
レベル1解析

解像度:1m～2m



津波遡上現象

レベル2解析



橋梁等の土木構造物の被害予測
(橋梁の流失被害)

研究テーマ② シミュレーションベース・ハード防災
～橋梁・堤防の安全性評価～

Structural Analysis Lab., Kyushu University

3

■ 代表的な粒子法 (SPH vs MPS)

Smoothed **P**article **H**ydrodynamics

has been proposed by Lucy, Monaghan and in 197

Moving **P**article **S**emi-implicit method

SPH

Structural Analysis Lab., Kyushu University

MPS

■ 粒子法における基礎式(ラグランジュ記述)

Lagrange記述へ

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} b_i$$

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot \left(\frac{\mu}{\rho} \nabla \mathbf{v} \right) + \frac{1}{\rho} \mathbf{b}$$

SPH

Structural Analysis Lab., Kyushu University

MPS

■ SPH法における粒子離散化

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

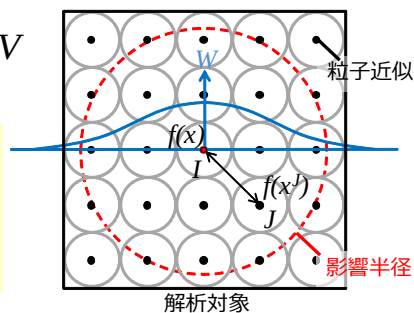
物体を有限個の粒子に離散化し、その任意の点の物理量を近傍粒子の物理量の重みつき平均として近似

$$f(x) = \int f(x^J) W(x - x^J, h) dV$$

$$f(x) \approx \sum_{J=1}^N \frac{m^J}{\rho^J} f(x^J) W(x - x^J, h)$$

粒子間距離

対象粒子(I)の物理量 近傍粒子(J)の物理量 重み関数



<主な計算手順>

- ① 近傍粒子検索 (各粒子Iに対するI-Jのペアとその総数N)
- ② 重み関数の形状
- ③ 独立変数の更新方法

SPH

Structural Analysis Lab., Kyushu University

重み関数(カーネル関数の役割)

SPH = FEM的な内挿近似

①関数 $f(x)$ の近似

$$f(x^i) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} f(x^j) W(r)$$

$$W(r) = \begin{cases} c \left(1 - \frac{3}{2} r^2 + \frac{3}{4} r^3 \right) \\ \frac{c}{4} (2-r)^2 \\ 0 \end{cases}$$

つりがね型

②勾配・発散・ラプラシアンを導出

$$\nabla f(x) \approx - \sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} f(x^j) \nabla W(r)$$

差分的な微分考え方 = MPS

コーン型

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (0 < r < r_e) \\ 0 & (r > r_e) \end{cases}$$

①勾配・発散・ラプラシアンの近似

$$\nabla f(x^i) \approx \frac{d}{n_0} \sum_{j=1}^N \frac{f^j - f^i}{|\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i|^2} (\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i) \times W(r)$$

近傍粒子の差分の重み付き平均

Structural Analysis Lab., Kyushu University

独立変数の更新(古典的なSPH法)

START

初期条件の入力

圧力評価
(状態方程式)

速度と位置の更新
(オイラー方程式)

次の時間ステップへ

final time step

no

yes

END

$$\langle \rho_i^n \rangle = \sum_j m_j W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$$
$$p_i^n = B \left\{ \left(\frac{\langle \rho_i^n \rangle}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right\}$$
$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^n + \Delta t \left(-\frac{1}{\rho} \nabla p_i^n + \nu \nabla^2 \mathbf{v}_i^n + \mathbf{b}_i \right)$$

SPH

Structural Analysis Lab., Kyushu University

MPS

①

②

③

SPH

非圧縮性NS方程式

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^n + \Delta t \left(-\frac{1}{\rho} \nabla p_i^n + \nu \nabla^2 \mathbf{v}_i^n + \mathbf{b}_i \right)$$

① predictor step

$$\mathbf{v}_i^* = \mathbf{v}_i^n + \Delta t (\nu \nabla^2 \mathbf{v}_i^n + \mathbf{b}_i)$$

圧力勾配項を除いたNS式から仮の速度を導出

② pressure evaluation

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}^*$$

ポアソン方程式から圧力の導出

③ corrector step

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^* - \Delta t \left(\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} \right)$$

質量保存則 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$

MPS

Stabilized ISPH (projection method)

Original ISPH	Our formulation
Mass conservation law $\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$	Mass conservation law $\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$
Pressure Poisson eq. $\Rightarrow \langle \nabla^2 p_i^{n+1} \rangle = \frac{\rho_0}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{u}_i^* \rangle$	Pressure Poisson eq. $\Rightarrow \langle \nabla^2 p_i^{n+1} \rangle = \frac{\rho_0}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{u}_i^* \rangle + \frac{\langle \rho_i^{n+1} \rangle - \langle \rho_i^n \rangle}{\Delta t^2}$

Stabilized ISPH

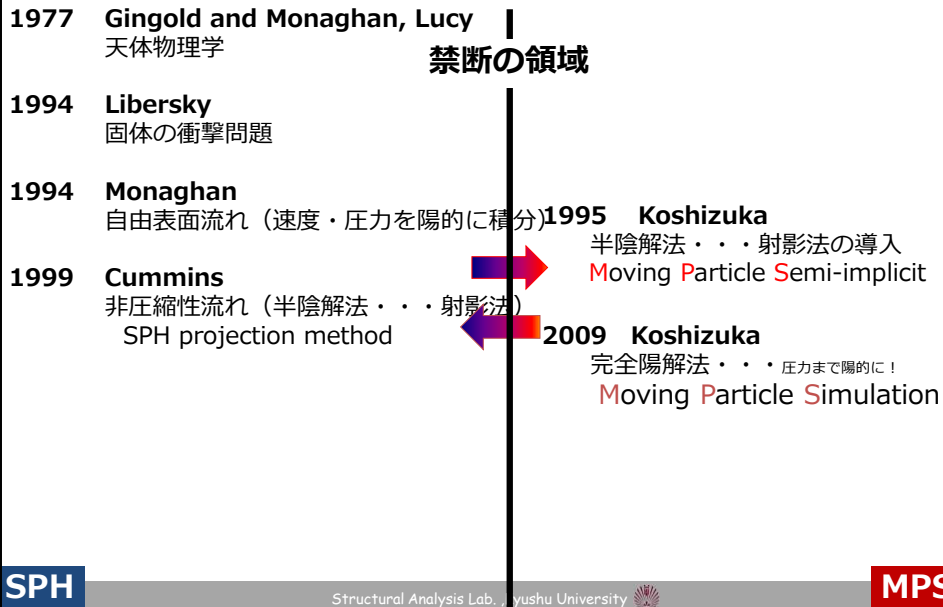
Proposed PPE

$$\langle \nabla^2 p_i^{n+1} \rangle = \frac{\rho_0}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{u}_i^* \rangle + \alpha \frac{\rho_0 - \langle \rho_i^n \rangle}{\Delta t^2}$$

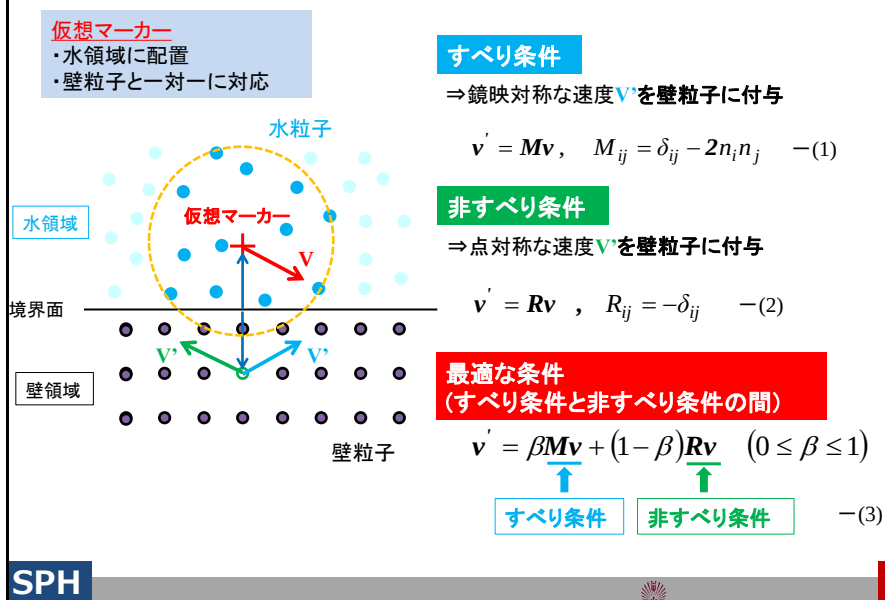
Relaxation coefficient: α ($0 \leq \alpha \leq 1$)

The second term in our formulation should be vanished in the incompressible condition as the original formulation. Then, we put a small α .

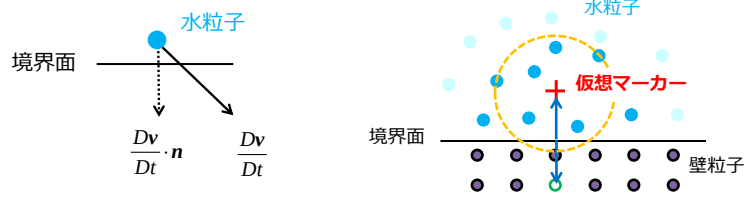
SPHとMPSの興味深い関係



速度の境界条件 (slip or no-slip)



■ 圧力の境界条件(ノイマン条件)



$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad -(1)$$



水粒子の漏れを防ぐ
⇒速度勾配の法線方向成分はゼロ

式(1)を満足するように
ナビエ・ストークス式を参照し、**非一様**圧力ノイマン条件を満足

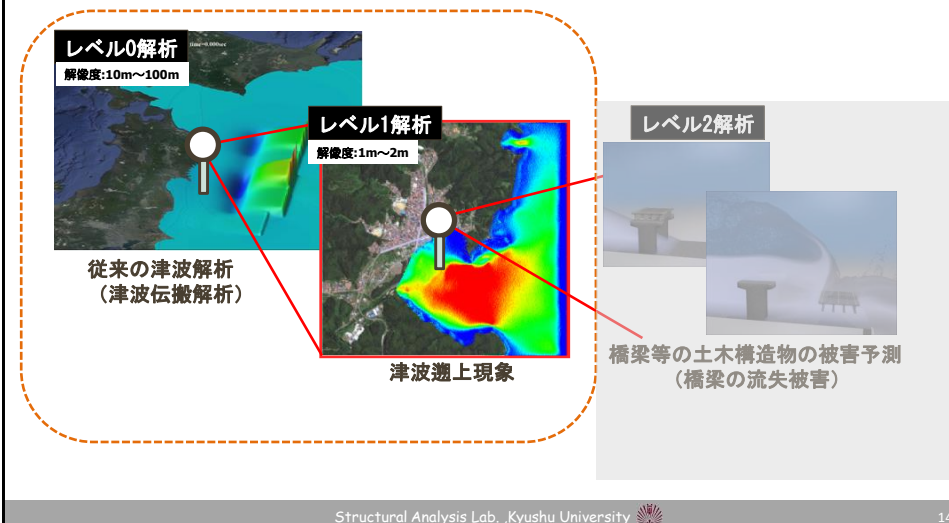
$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho^0} \nabla p + \underbrace{\nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g}}_{\mathbf{f}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} \quad -(2)$$

SPH



MPS

シミュレーションベース・ソフト防災 ～3D・CGによる津波防災教育～



■ 高精度な地形モデルの復元

<手順>

- ① 航空測量データ
- ② 平面データ作成
- ③ 粒子発生

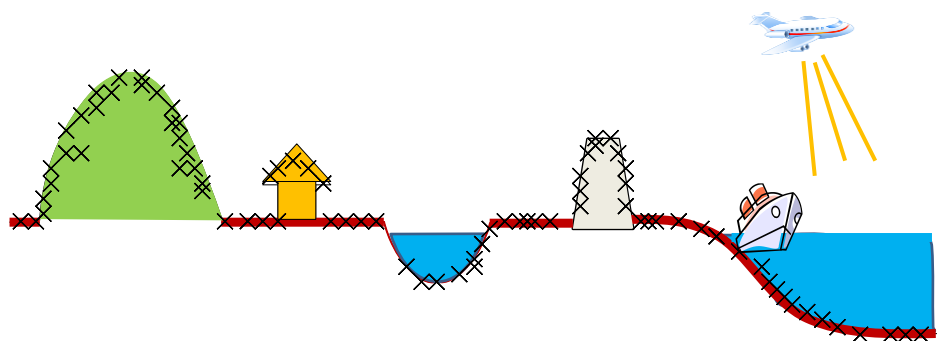
岩手県県土整備部河川課
株)防災技術コンサルタント よりデータ提供

航空レーザ測量 + 深淺測量

地上のデータ (約1m間隔)

海底のデータ

航空機から地上にレーザを照射し、反射波を観測



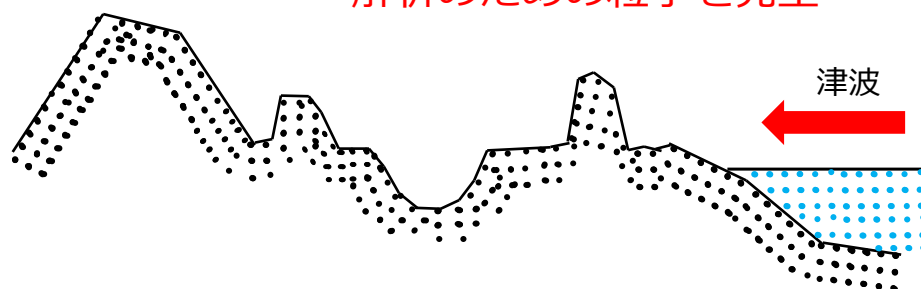
Structural Analysis Lab., Kyushu University

■ 粒子解析モデルへの変換

<手順>

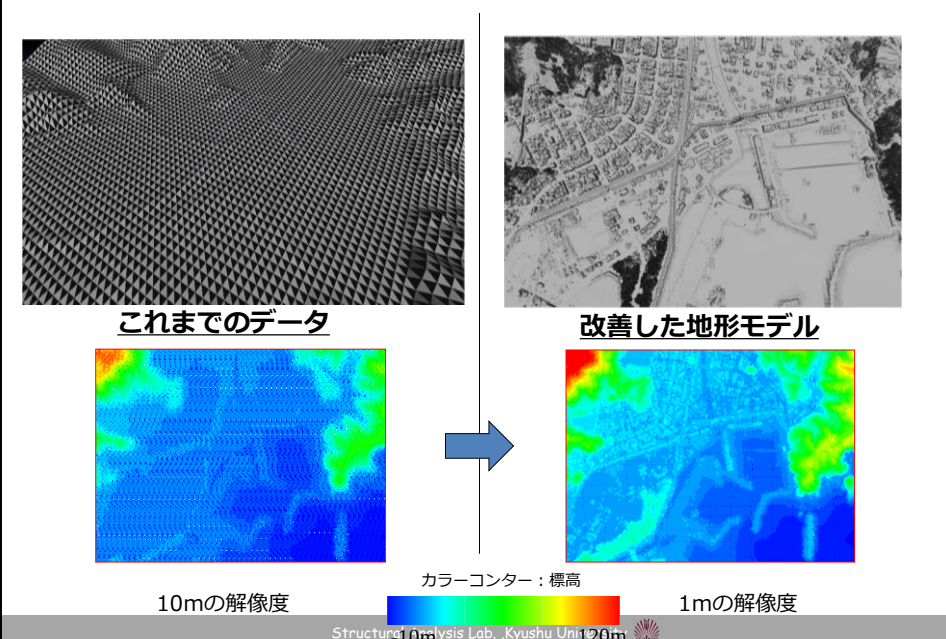
- ① 航空測量データ
- ② スムージング
- ③ 粒子発生

解析のための粒子を発生

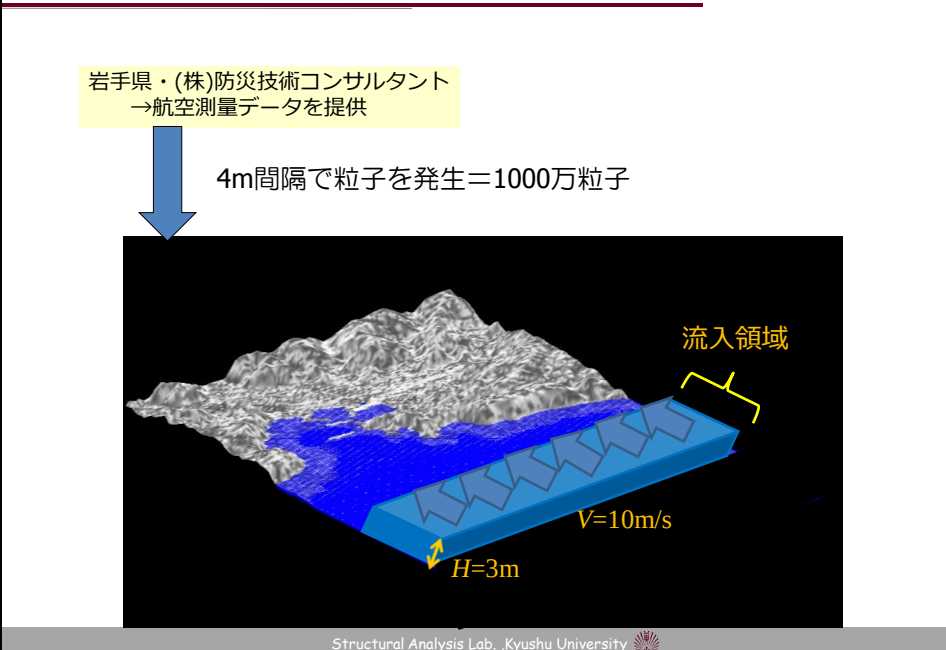


Structural Analysis Lab., Kyushu University

■ 数値地図モデルと高精度モデル



■ 田老地区での災害の再現例



■津波遡上解析結果



■被害調査結果との比較

Simulation result

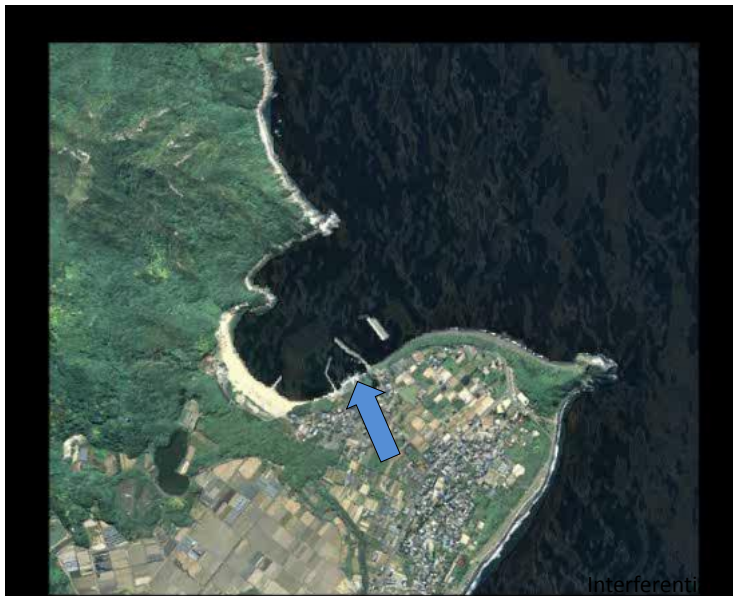


disaster investigation report



RED : tsunami inundated zone
BLUE : serious damage zone

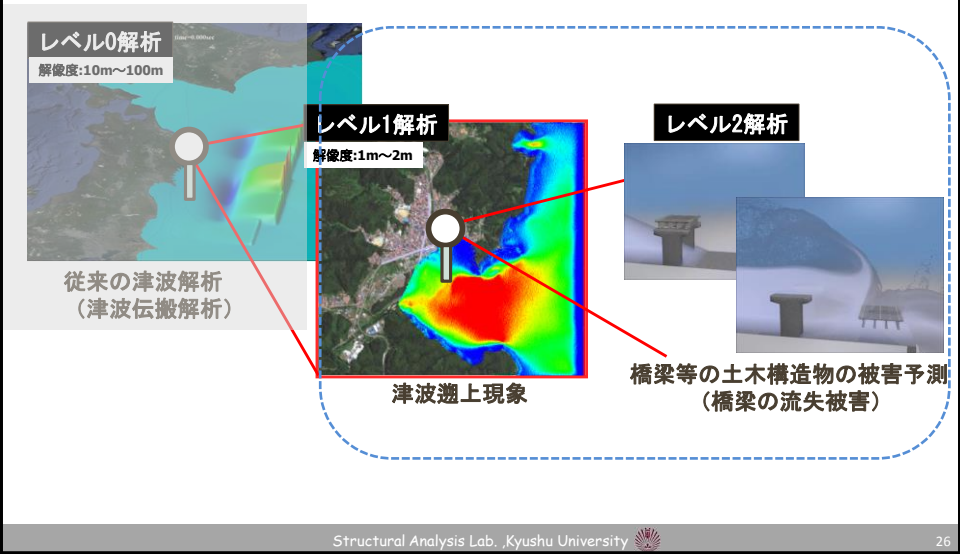
九州大学周辺での仮想津波被害







シミュレーションベース・ハード防災 ～津波避難ビルの安全性評価～



■ 橋梁および堤防の崩壊



Structural Analysis Lab., Kyushu University

27

■ 津波被害におけるマルチフィジックス

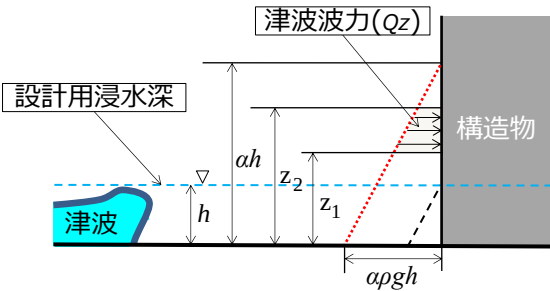


Structural Analysis Lab., Kyushu University

津波波力算定式 (国総研:津波避難ビル等の構造上の要件の解説, 2012)

朝倉式による津波波圧の発生を仮定し，次式にて津波波力を定義する．

$$Qz = \rho g \int_{z_1}^{z_2} (\alpha h - z) B dz$$



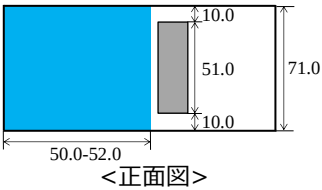
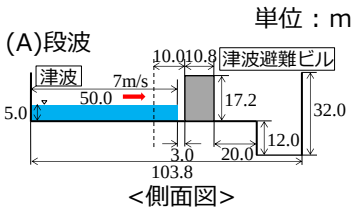
α は水深係数（1.5～3.0の値をとる）と呼ばれ，地形等の条件により軽減される相似の比率である．

解析モデル・解析条件

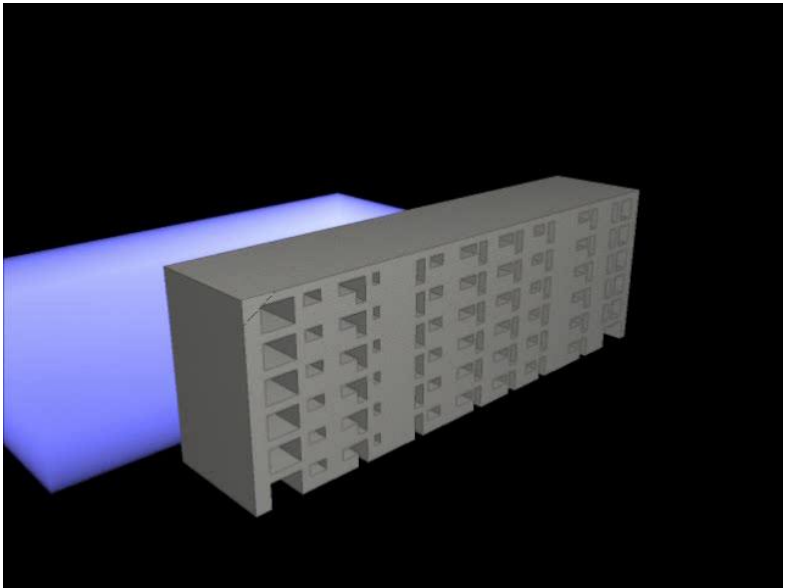
●解析条件

粒子間隔	総粒子数	時間増分	実時間
0.1m	約3400万	0.001sec	3.7sec

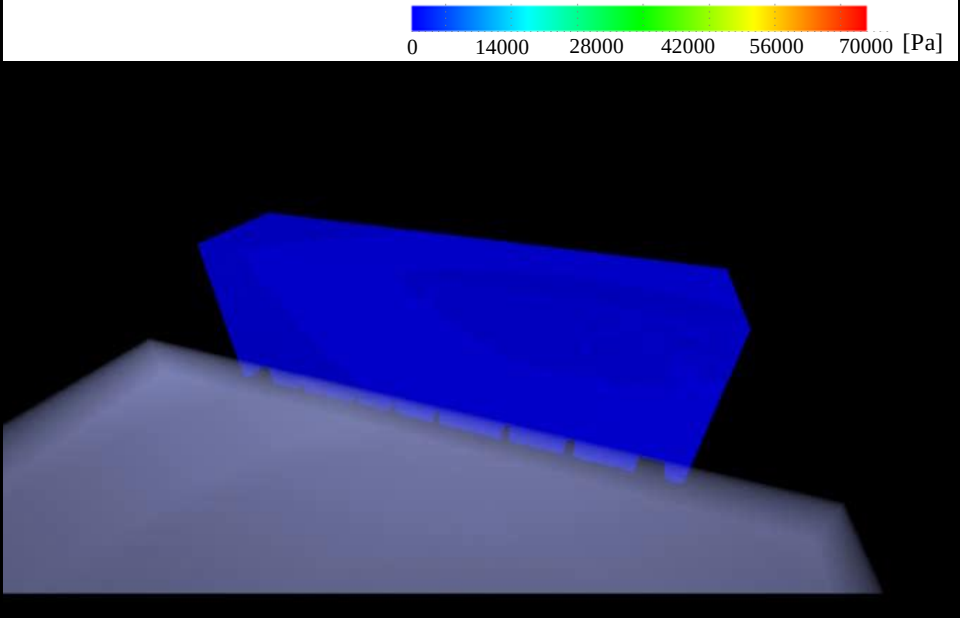
初期条件：全ての水粒子に
7m/sの速度を付与.
境界条件：津波避難ビルから
10m離れた位置以降に
存在する水粒子に継続
的に7m/sの速度を付与.



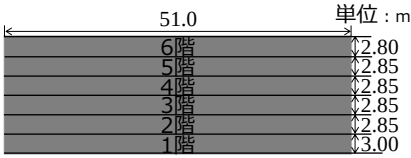
■ 解析結果-開口部有(背面)



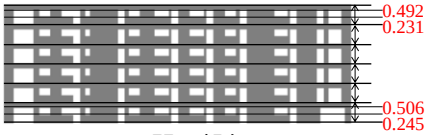
■ 解析結果-開口部有(前面)



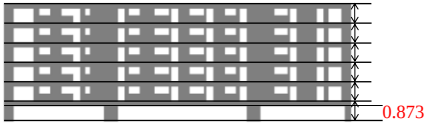
津波避難ビルモデル



(a)開口部無



(b)開口部有

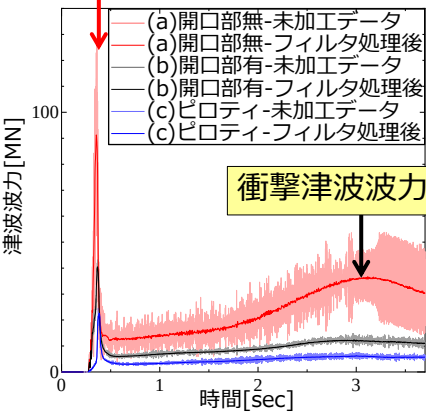


(c)ピロティ

※赤字は幅に対して開口部が占める割合を示す。

解析結果（構造全体に作用する力）

衝撃津波波力(圧)

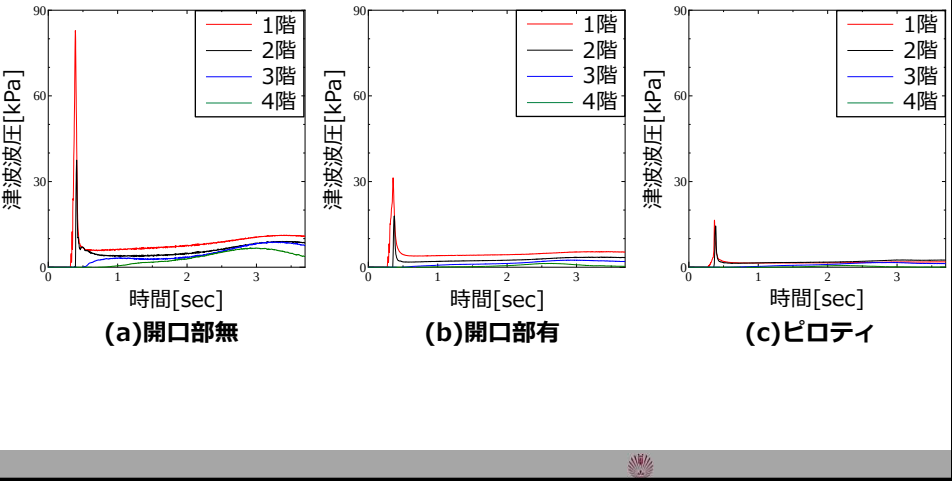


衝撃津波波力(圧)

未加工データ：サンプリング周波数1000Hzでデータをプロット
フィルタ処理後：100Hzのローパスフィルター用いて処理したデータをプロット

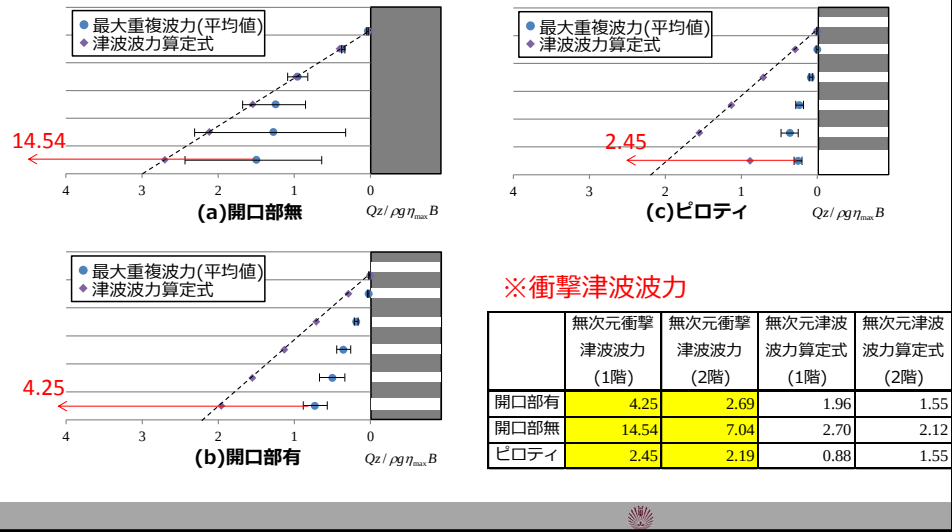
解析結果（フロア毎の波力）

● 津波波力の平均値(フィルタ処理後)



津波波力算定式との比較

● フロア毎の津波波力（最大重複波力，**衝撃津波波圧**）



結論

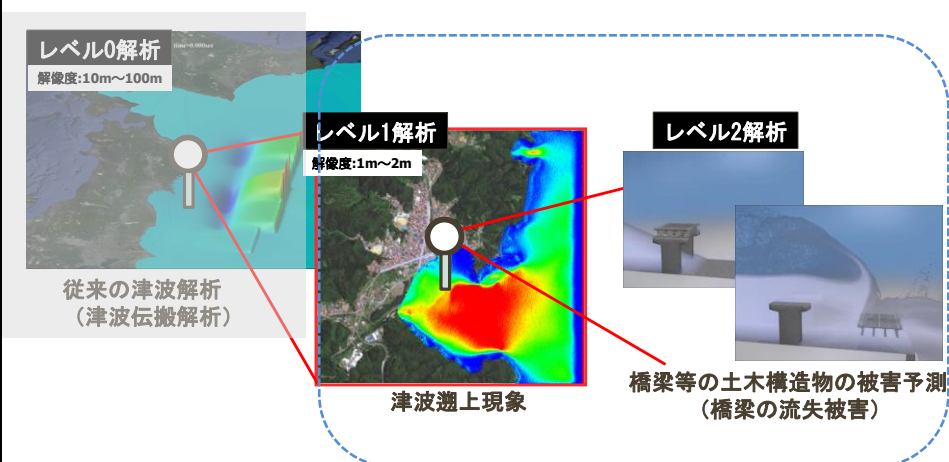
波頭形状

- 最大重複波圧は実スケールにおいても朝倉式にて評価することは可能である。
- 段波による衝撃的な津波波圧は朝倉式が対応するものではなく、別途衝撃的な圧力の評価が必要である。

開口形状

- 津波波力算定式による津波波力の見積もりは最大重複波力に対するものであり、衝撃的な波力はそれを上回る。
- 開口部やピロティ構造には衝撃及び重複波力の両者を大きく低減する効果があることを確認した。また、その効果は国総研による算定式よりも期待できる可能性がある。

シミュレーションベース・ハード防災 ～橋梁の流失被害予測～



■ 解析対象



宮城県南三陸町歌津大橋

東日本大震災の津波被害により
計8径間(第3径間～第10径間)の橋桁が流出

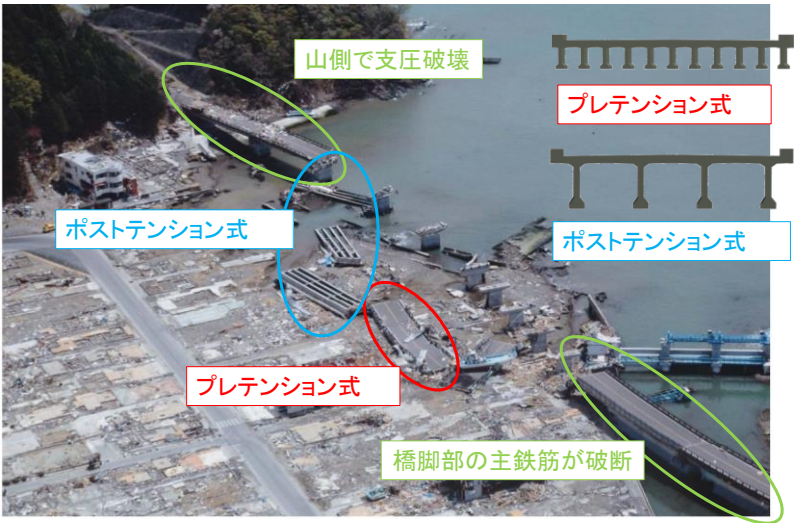


歌津大橋(震災後)

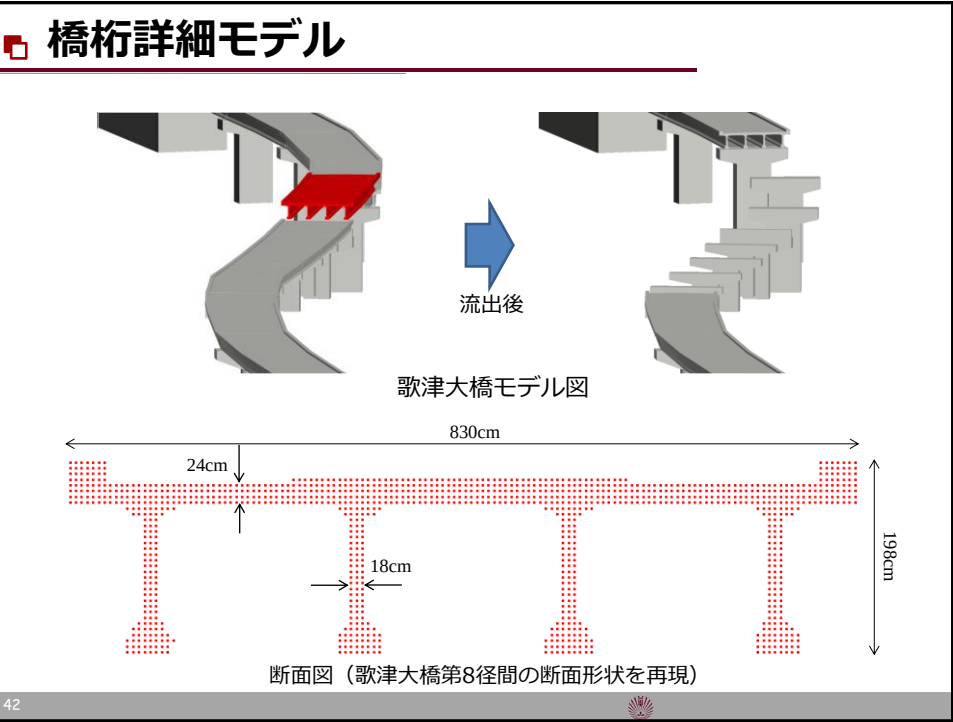
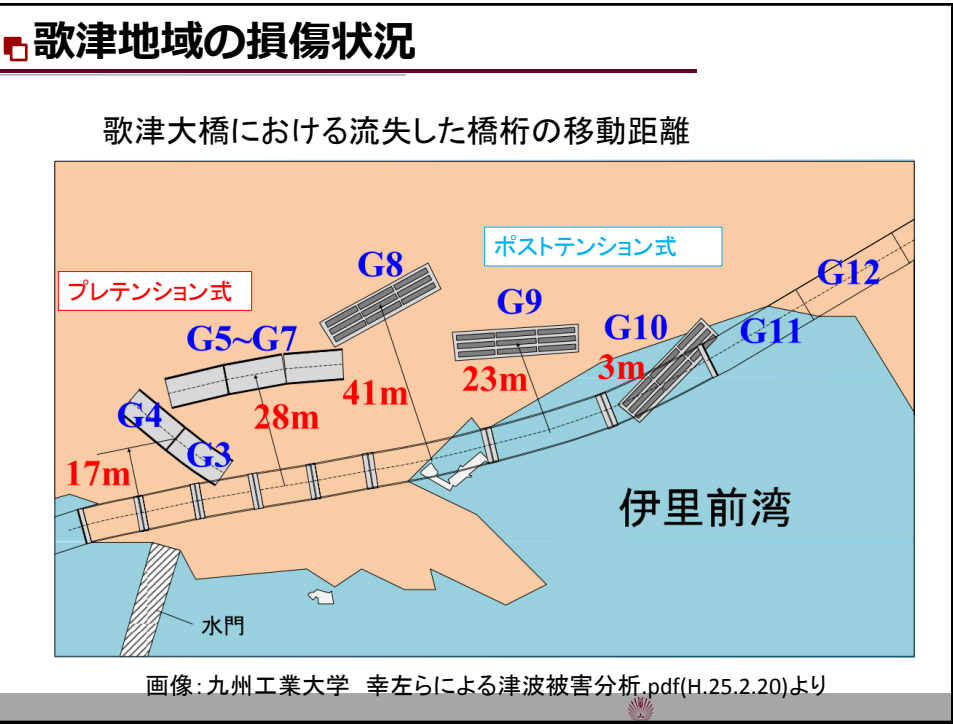
※「Craft MAP-日本・世界の白地図」を基に作成

写真：東北地方整備局震災伝承館参照

■ 歌津地域の損傷状況



写真：九州工業大学 幸左らによる津波被害分析.pdf(H.25.2.20)より



剛体移動モデルの定式化

• 剛体移動の扱い方①

流体運動に制約を与えて擬似的に剛体を表す手法
→速度ベースの定式化

• 剛体移動の扱い方②

基本物理に従い境界面での力の伝達として流体剛体問題を解く手法
→外力ベースの定式化

43

Velocity based formulation ①

• Algorithm for rigid motion

Each rigid body particle is temporarily assumed as water particles



The velocity and pressure of rigid body particles are calculated by ISPH



Update velocity of rigid particles

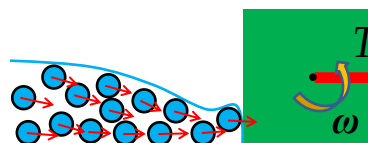
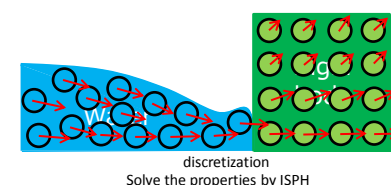
$$\mathbf{v}_k^{l+1} = \mathbf{T} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_k$$

Translational velocity

Rotational velocity

$$\mathbf{T} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{v}_k$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}^{-1} \sum_{k=1}^n \mathbf{r}_k \times (m_k \mathbf{v}_k)$$



$\mathbf{r}_k$: relative distance

$\boldsymbol{\omega}$: angular velocity

$\mathbf{I}$: tensor of inertia

m_k : particle mass

n : number of particle

44

Force based formulation②

- Algorithm for rigid motion

Forces of the rigid body particles are calculated from the hydrodynamic and external forces



Translational and rotational motions of rigid body is solved by their equations



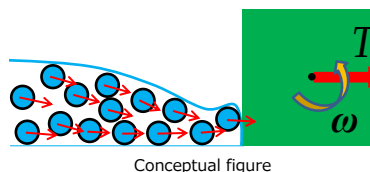
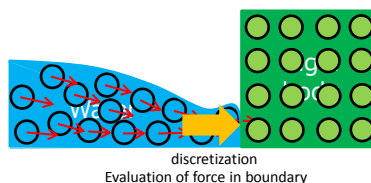
Update velocity of rigid particles

$$\mathbf{v}_k^{l+1} = \mathbf{T} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_k$$

Translational velocity

Rotational velocity

$$M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = M\mathbf{g} + \mathbf{F}_f + \mathbf{F}_e \quad I \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_f + \mathbf{M}_e$$



45

剛体の扱い方 (1/3)

- 剛体移動モデルのアルゴリズム

剛体粒子も水粒子と同様に有限個の粒子に離散化する



剛体粒子に作用する力を流体力と外力項から計算



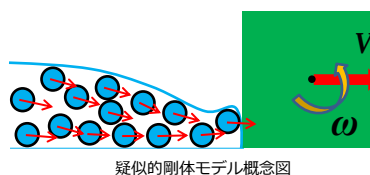
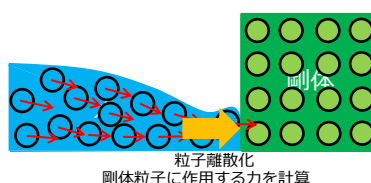
剛体速度の更新

$$\mathbf{v}_k^{l+1} = \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_k$$

並進速度

回転速度

$$M \frac{d\mathbf{V}}{dt} = M\mathbf{g} + \mathbf{F}_f + \mathbf{F}_e \quad I \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \mathbf{M}_f + \mathbf{M}_e$$



疑似的剛体モデル概念図

剛体の扱い方(2/3)

並進運動の運動方程式

$$M \frac{dv}{dt} = Mg + \boxed{F_f} + \boxed{F_e}$$

$$F_f = \sum_i \text{on the surface} P_i \Delta S_i n_i$$

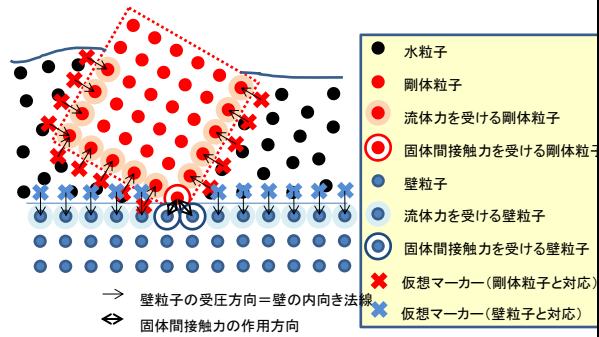
$$F_e = k\delta^{3/2}$$

ヘルツの弾性体接触理論

$$\begin{cases} \delta = r - l \\ k = \frac{4\sqrt{r}}{3} \frac{E_i E_j}{(1-\nu_i^2)E_j + (1-\nu_j^2)E_i} \end{cases}$$

並進速度の更新

$$u_c^{n+1} = u_c^n + \Delta t \left(g + \frac{F_f}{M} + \frac{F_e}{M} \right)$$



剛体の扱い方(3/3)

回転運動の運動方程式

$$I \frac{d\omega}{dt} = \boxed{M_f} + \boxed{M_e}$$

$$M_f = \sum_i \text{on the surface} (r_i - r_c) \times P_i \Delta S_i n_i$$

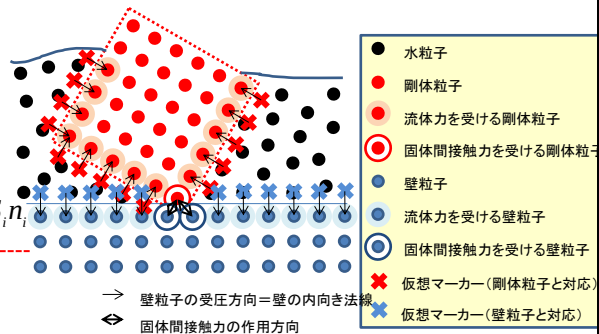
$$M_e = \sum_i \text{on the surface} (r_i - r_c) \times F_e$$

回転速度の更新

$$\omega_c^{n+1} = \omega_c^n + I^{-1} \Delta t (M_f + M_e)$$

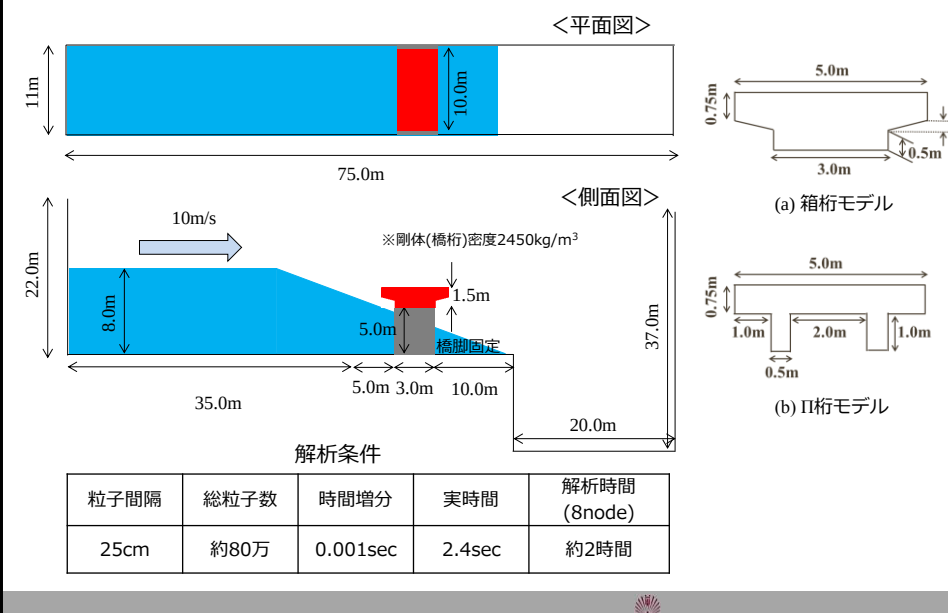
最終的な剛体速度の更新

$$u_i^{n+1} = u_c^{n+1} + \omega_c^{n+1} \times (r_i - r_c)$$



M_f : 剛体表面に作用する流体力によるモーメント力
 M_e : 剛体表面に作用する他の外力によるモーメント力
 I : 慣性テンソル
 ω_c : 回転速度
 u_i : 剛体速度

解析モデル



剛体流失シミュレーション

＜箱桁断面モデル＞

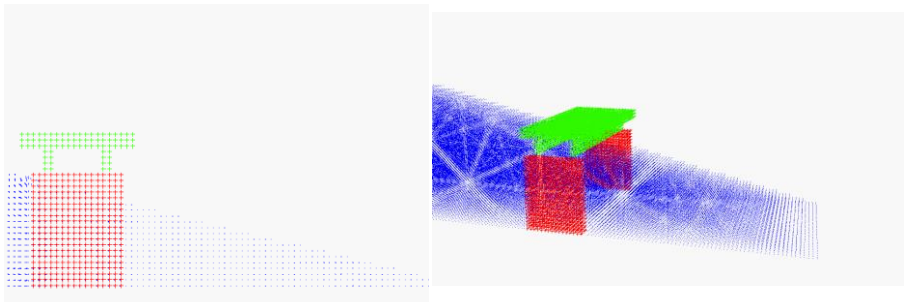
速度ベースの定式化

外力ベースの定式化

剛体流失シミュレーション

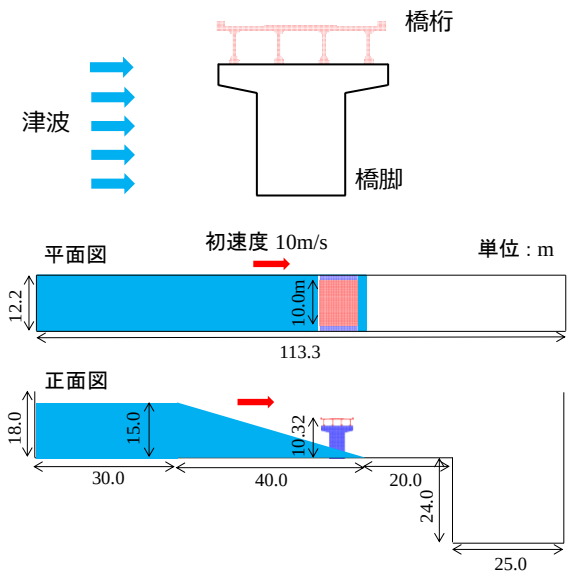
＜桁断面モデル＞

外力ベース定式化(正面) 外力ベース定式化(鳥瞰図)



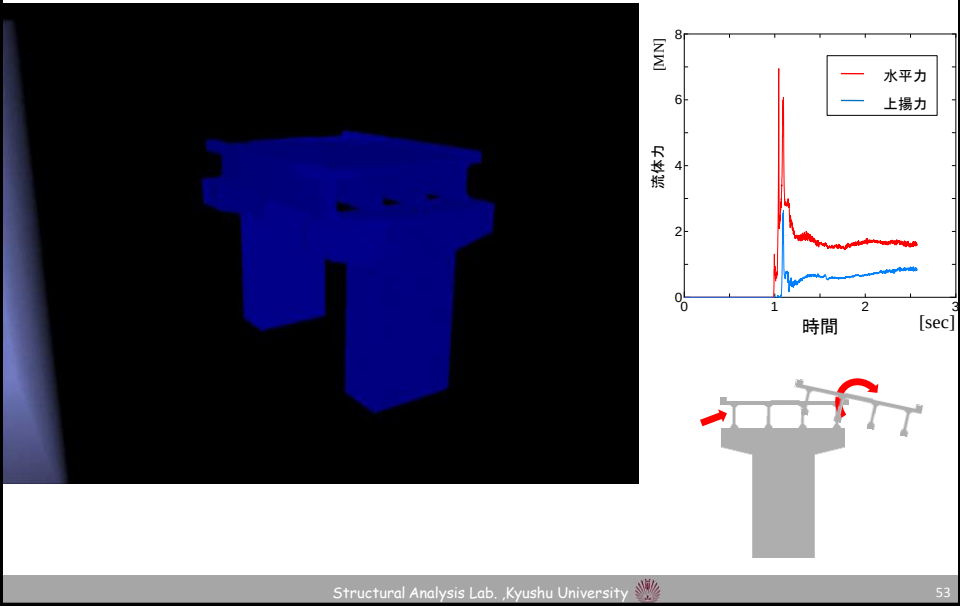
51

解析モデル



52

■上部構造固定時の流体力

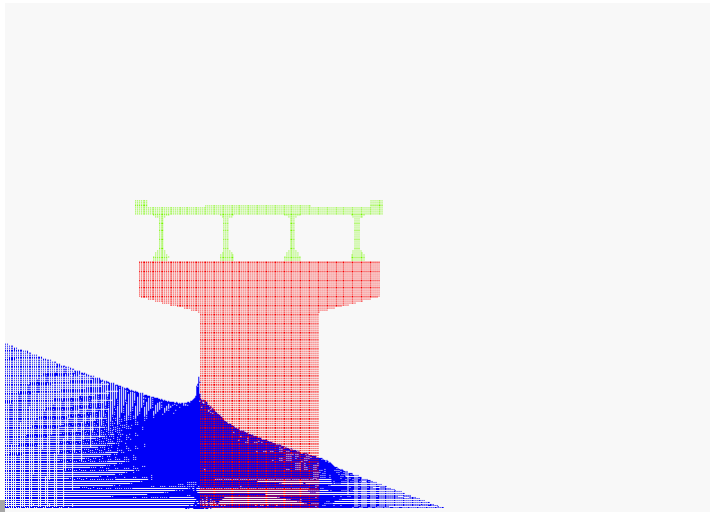


53

■橋桁流失動画

解析条件

粒子間距離	総粒子数	時間増分	実時間	解析時間(1024core)
6cm	55 million	0.001s	3s	140h



54

